OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 15.02.2014

Clasa a X-a

Problema 1

Mutasd ki, hogy, ha $x_1, x_2, \dots, x_n \in (0,1)$, akkor $\log_{x_1} \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\dots+\frac{1}{x_n}} + \log_{x_2} \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\dots+\frac{1}{x_n}} + \dots + \log_{x_n} \frac{n}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\dots+\frac{1}{x_n}}$

$\geq n$.

Problema 2

Adott $a \in \mathbf{R}_+$ és $z \in \mathbf{C}^*$, úgy hogy $\left|z+\frac{1}{z}\right| = a$. Határozd meg $|z|$-nek a lehetséges legnagyobb és legkisebb értékét .

Problema 3

Számítsd ki az $\alpha = \log_2 3 + \log_3 5 + \log_5 8$ szám egész részét .

Problema 4

Adott az $f:[1,\infty] \to R$, $f(x)=\sqrt{x+3}-\sqrt{x-1}$ függvény.

a) Mutasd ki, hogy $Imf=(0,2]$.

b) Tanulmányozd az $\bar{f}: [1,\infty] \to (0,2]$, $\bar{f}(x) = f(x)$, $(\forall)\ x \geq 1$ függvény bijjektivitását.

Probleme selectate de Prof. Petruta Gelu

Notă: a) Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
b) Toate problemele sunt obligatorii.
c) Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.