MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ŞTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BIHOR

**OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ**

**ETAPA LOCALĂ**
**11.02.2012**

# XI. OSZTÁLY

**1.** Legyen $n \in N^*$ és $M$ azon n-ed rendű négyzetes mátrixok halmaza, amelyek invertálhatóak az $M_n(R)$-ben és elemei az $\{1, 2, 3, \ldots, 2006\}$ halmazból valók. Igazoljuk, hogy az $M$ halmaznak páros számú eleme van.

**2.** Adott az $(x_n)_{n\in N}$ sorozat úgy, hogy $x_0 \in R$ és $x_{n+1} = x_n + e^{-x_n}$, $\forall$ $n \in N$. Számítsuk ki : $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{\ln n}$ .

**3.** Legyen $a > 1$ egy rögzített valós szám. Minden nullától különböző $n$ természetes szám estén, jelöljük $k(n)$-el azt a legkisebb $k$ természetes számot, amelyre igaz, hogy $(n+1)^k \geq a \cdot n^k$.
Számítsuk ki a következő határértéket: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{k(n)}{n}$ .

**4.** Adott az f : [a, b] $\to$R függvény. Ha létezik c$\in$(a, b) úgy, hogy az f-nek c-ben a bal és jobb oldali határértéke végtelen, igazoljuk, hogy az f függvény nem monoton az [a, b] intervallumon.

**Megjegyzés:**

- Minden tétel kötelező.
- Munkaidő 3 óra
- Minden feladatot 0−tól 7−ig , egész pontokkal pontoznak.