MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ŞTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BIHOR

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ
11.02.2012

IX. OSZTÁLY

1) Legyen *M* egy tetszőleges pont az *ABC* háromszög belsejében és G_A, G_B, G_C rendre az *MBC*, *MAC*, *MAB* háromszögek súlypontjai. Igazoljuk, hogy $\overrightarrow{AG_A} + \overrightarrow{BG_B} + \overrightarrow{CG_C} = \vec{0}$ akkor és csak akkor, ha *M* az *ABC* háromszög súlypontja.

G.M.

2) a) Legyen $a, b, c \in (0, \infty)$ és $a + b + c = 16$. Igazoljuk, hogy:

$\sqrt{ab+ac} + \sqrt{ab+bc} + \sqrt{ac+bc} \leq 24$

b) Határozzuk meg $\left[\left(\sqrt{n+2}+\sqrt{n+5}\right)^2\right]$ értékét, ahol $[x]$ az *x* egész részét jelenti.

***

3) Határozzuk meg a következő halmaz kardinális számát:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{Q} \,\middle|\, x = \frac{n^2+7}{n^2+n+6},\ n = \overline{1,100} \right\}$$

***

4) Legyen $f : R \to R$, a következő tulajdonsággal rendelkező függvény:

$$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 + x + \frac{2}{x^2}, \forall x \in R^*.$$

Számítsuk ki a következő összeget: $\sum_{\kappa=2}^{2012} \frac{1}{f(k)-2}$.

G.M.

Megjegyzés:

- Minden tétel kötelező.
- Munkaidő 3 óra
- Minden feladatot 0−tól 7−ig, egész pontokkal pontoznak.