



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

Etapa locală, 17 februarie 2018
Clasa a XII-a

Subiectul 1 (7 puncte)

- a) Să se rezolve ecuația $\hat{3}x + \hat{3} = \hat{0}$ cu coeficienți în \mathbb{Z}_{12} .
- b) Pe \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = 2xy - 6x - 6y + 21$.
Să se calculeze $\underbrace{x * x * \dots * x}_{n\text{-ori}}$ unde $x \in \mathbb{R}$ și $n \in \mathbb{N}^*$.

Subiectul 2 (7 puncte)

Fie $a \in \mathbf{R}, G = \left\{ A(t) = \begin{pmatrix} 1 & t & at^2 + 2t \\ 0 & 1 & 4t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid t \in \mathbf{R} \right\}$.

- a) Determinați numărul real a astfel încât G să fie parte stabilă a lui $M_3(\mathbf{R})$ în raport cu înmulțirea matricilor.
- b) Pentru $a=2$ demonstrați că G este grup în raport cu înmulțirea matricilor.

Subiectul 3 (7 puncte)

Să se calculeze:

- a) $I = \int \frac{\sin x}{e^x + \sin x + \cos x} dx$ și $J = \int \frac{\cos x + e^x}{e^x + \sin x + \cos x} dx$, unde $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$;
- b) $\int \frac{1}{e^x + a} dx$, $a > 0$, $x \in \mathbb{R}$;
- c) $\int \frac{2}{(e^x + 1)(e^x + 3)} dx$.

Subiectul 4 (7 puncte)

Se dă funcția $g: [1, e] \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = \ln^4 x$.

a) Determinați numerele reale a, b, c, d astfel încât funcția

$$G: [1, e] \rightarrow \mathbf{R}, G(x) = x(\ln^4 x + a \ln^3 x + b \ln^2 x + c \ln x + d)$$

să fie o primitivă a lui g .

b) Dacă $h: [1, e] \rightarrow \mathbf{R}, h(x) = \frac{g(x)}{x}$, găsiți primitiva H a funcției h care să aibă proprietatea $H(e^2) = \frac{2}{5}$.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.