CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

Etapa locală, 17 februarie 2018
Clasa a X-a

1. Feladat (7 pont)

Adott a $(z+2017i)^{2018}+i(z-2017i)^{2018}=0$ egyenlet a $\mathbb{C}$ halmazon.

a) Ellenőrizzétek, hogy a $z=2017$ szám megoldása-e az egyenletnek.
b) Bizonyítsátok be hogy, ha z egy megoldása az egyenletnek, akkor $|z+2017i|=|z-2017i|$.
c) Bizonyítsátok be, hogy az egyenlet minden gyöke valós.

2. Feladat (7 pont)

Adott az $M=\{lg1, lg2, lg3, \ldots, lg1042\}$ halmaz, ahol lgx az x szám tízes alapú logaritmusát jelöli.

a) Az M halmaznak hány eleme természetes szám?

b) Az M halmaznak hány eleme van az $[1, 2)$ intervallumban?

c) Igazoljátok, hogy az M halmaz elemeinek összege nagyobb mint 2019.

3. Feladat (7 pont)

Igzoljátok, hogy $\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}=1.$

4. Feladat (7 pont)

Határozzátok meg az m valós paramétert úgy, hogy a következő logaritmus értelmezett legyen bármely x valós számra.

$$\lg\left[(5m-4)x^2-2(m+1)x+3m+1\right].$$

Notă: Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.