



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

etapa locală – 17 februarie 2018

CLASA a XII-a

Filiera teoretică – Profilul uman – specializarea Filologie, Științe Sociale

1. (7p) Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Calculați $A^2 - 2A + 3I_3$, unde $A^2 = A \cdot A$.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 7 & 9 & -2 \\ 2 & 4 & -2 \\ 0 & -10 & 10 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$$

$$2A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 0 & -2 & 2 \\ 4 & 6 & -2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$$

$$3I_3 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p$$

$$A^2 - 2A + 3I_3 = \begin{pmatrix} 8 & 13 & -8 \\ 2 & 9 & -4 \\ -4 & -16 & 15 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$$

2. Fie mulțimea $M = \left\{ X(a) \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) / X(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; a \in \mathbb{R} \right\}$

a) (3p) Arătați că $X(a) \cdot X(b) = X(a + b); \forall X(a), X(b) \in M$

b) (4p) Calculați $X(1) \cdot X(2) \cdot \dots \cdot X(100)$.

a) $X(a) \cdot X(b) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a + b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 3p$

b) Conform a) avem $X(1) \cdot X(2) \cdot \dots \cdot X(100) =$
 $= X(1 + 2 + \dots + 100) \dots\dots\dots 2p$

$= X(5050) = \begin{pmatrix} 1 & 5050 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$

3. Fie matricele $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 2}}$ și $B = (b_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 2 \\ 1 \leq j \leq 3}}$, unde $A = \begin{cases} i^2; & \text{dacă } i = j \\ i - j; & \text{dacă } i \neq j \end{cases}$ și

$$B = \begin{cases} j + i; & \text{dacă } i < j \\ j - i; & \text{dacă } i \geq j \end{cases}$$

a) (4p) Determinați matricele A și B

b) (3p) Calculați $A \cdot B$ și $B \cdot A$

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 2p

$B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 2p

b) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -4 & 3 & 24 \\ -1 & 6 & 13 \end{pmatrix}$ 2p

$B \cdot A = \begin{pmatrix} 11 & 16 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$ 1p

4. Situația vânzărilor de carte la o anumită librărie, pe cele patru trimestre ale anului 2017 este prezentată în tabelul de mai jos, în care sunt specificate tipul de carte și numărul de exemplare vândut din fiecare categorie, astfel:

Tipul de carte Trimestrul	Beletristică	Știință și tehnică	Educațională
I	100	40	16
II	40	10	64
III	30	20	52
IV	80	30	76

a) (2p) Câte cărți de literatură beletristică s-au vândut în anul 2017?

b) (2p) Aflați ce încasări a avut librăria în trimestrul I, știind că prețurile unitare ale cărților pe categorii sunt cele din tabelul matriceal următor.



Tipul de carte	Prețul unitar
Beletristică	42
Știință și tehnică	36
Educațională	30

c) (3p) Care va fi tabelul matriceal al vânzărilor de carte pentru anul 2018, dacă vânzările cresc astfel: cu 20% pentru literatura beletristică, cu 10% pentru literatura din domeniul științei și tehnicii și cu 25% pentru cea educațională?

a) $100 + 40 + 30 + 80 = 250$ de cărți din literatura beletristică
vândute în anul 2017 2p

b) $100 \cdot 42 + 40 \cdot 36 + 16 \cdot 30 = 6120$ de lei s-au încasat în
trimestrul I din vânzarea cărților 2p

c)

	Beletristică	Știință și tehnică	Educațională
I	120	44	20
II	48	11	80
III	36	22	65
IV	96	33	95

..... 3p