



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

Etapa locală, 17 februarie 2018 Clasa a IX-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Să se rezolve ecuațiile:

a) $|x - 1| + |x^2 - 1| + \dots + |x^{2018} - 1| = 0$

b) $\left[\frac{x+5}{3}\right] = \frac{x+6}{5}$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului a .

Barem

a) Cum $|x - 1| \geq 0, |x^2 - 1| \geq 0, \dots, |x^{2018} - 1| \geq 0$ 1p

Suma va fi egală cu 0 dacă $x - 1 = 0, x^2 - 1 = 0, \dots, x^{2018} - 1 = 0$ 1p

Rezultă $x = 1$ este soluție.1p

b) $\left[\frac{x+5}{3}\right] = k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{x+6}{5} = k \Rightarrow x = 5k - 6$ 1p

$k \leq \frac{x+5}{3} < k + 1 \Rightarrow k \leq \frac{5k-6+5}{3} < k + 1$ 1p

Găsește $\frac{1}{2} \leq k < 2, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 1$ 1p

Soluția $x = -1$ 1p

Subiectul 2 (7 puncte)

Câte elemente are mulțimea $A \cup B$ dacă $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{\frac{4x-5}{x+1}} \in \mathbb{N}\right\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 2| \leq 3\}$?

Barem

$\sqrt{\frac{4x-5}{x+1}} \in \mathbb{N}$ implică, $\frac{4x-5}{x+1} \in \mathbb{N}$ și să fie pătrat perfect1p

$4 - \frac{9}{x+1} \in \mathbb{N}$ 1p



$A = \{2\}$ 2p

$-3 \leq x - 2 \leq 3$ 1p

$B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 1p

Numărul elementelor mulțimii $A \cup B$ 1p

Subiectul 3 (7 puncte)

Să se arate că numărul $n^5 + 4n$ este divizibil cu 5, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

Barem

Fie $x_n = (n - 2)(n - 1)n(n + 1)(n + 2), n \in \mathbb{N}^*$ 2p

$x_n : 5$ ca produs de 5 numere naturale consecutive1p

$x_n = n^5 - 5n^3 + 4n$ 1p

$x_n + 5n^3 = n^5 + 4n$ 1p

$x_n + 5n^3 : 5$ 1p

Rezultă $n^5 + 4n$ este divizibil cu 5, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$ 1p

Obs: se acceptă și alte demonstrații, de exemplu inducția matematică.

Subiectul 4 (7 puncte)

Fie triunghiul ABC. Considerăm $D \in (BC)$ astfel încât $BD = 2DC$, $E \in (AB)$ astfel încât $AE = EB$ și F este mijlocul medianei CE. Arătați că $\vec{AF} = \frac{3}{4}\vec{AD}$.

Barem

Desen1p

Exprimă $\vec{AD} = \vec{AC} - \frac{1}{3}\vec{BC}$ 1p

$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$ 1p Găsește $\vec{AD} = \vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC}$ (1)1p

$\vec{AF} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AE}) = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{AB}) \Rightarrow \vec{AF} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC} \Rightarrow \frac{4}{3}\vec{AF} = \vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC}$ (2) 2p

Din relațiile (1) și (2) $\Rightarrow \vec{AD} = \frac{4}{3}\vec{AF} \Rightarrow \vec{AF} = \frac{3}{4}\vec{AD}$ 1p