



---

## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

**Faza locală, 25 februarie 2017**

**IX. Osztály**

### 1. Tétel (7 pont)

- a) Mutassátok ki, hogy bármely  $n$  természetes számra teljesül a következő egyenlőtlenség:  
$$n \leq \sqrt{n(n+1)} < n+1.$$
- b) Bizonyítsátok be, hogy  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$  bármely  $n \geq 1$ .
- c) Számítsátok ki:  $[\sqrt{1 \cdot 2}] + [\sqrt{3 \cdot 4}] + [\sqrt{5 \cdot 6}] + \dots + [\sqrt{2017 \cdot 2018}]$ , ahol  $[x]$  az  $x$  valós szám egész részét jelöli.

### 2. Tétel (7 pont)

Legyen  $S_n = n^2 - 3n$  az  $a_n$  sorozat első  $n$  tagjának összege  $n \geq 1$ .

- a) Határozzátok meg az  $a_n$  sorozat általános tagjának képletét.
- b) Határozzátok meg a haladvány természetét.

### 3. Tétel (7 pont)

- a) Ellenőrizték, hogy teljes négyzet-e az  $a = \sqrt{2^4} + \sqrt{\frac{5}{0,0(2)}} + \sqrt{\frac{55}{0,0(02)}} + \sqrt{\frac{555}{0,0(002)}}$  szám?
- b) Határozzátok meg az  $x$  valós számokat úgy, hogy az  $I = \left[ \frac{x+2}{2}; \frac{3x+2017}{4} \right]$  intervallum létezzen.

### 4. Tétel (7 pont)

Adott az  $ABCD$  paralelogramma, illetve az  $M$  és  $N$  pontok úgy, hogy  $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AD}$  és  $\overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{NC}$ .  
Mutassátok ki, hogy a  $B, M, N$  pontok kollineárisak.

**Notă:** Munkaidő 3 óra.  
Minden tétel kötelező.