



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

Faza locală, 25 februarie 2017

Clasa a X-a

**Subiectul 1 (7 puncte)**

Să se determine  $m \in \mathbf{R}$ , astfel încât funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$   $f(x) = \begin{cases} 2x + m, & x \leq 1 \\ 4mx - 1, & x > 1 \end{cases}$ , să fie bijectivă.

**Subiectul 2 (7 puncte)**

Calculați  $S = \sum_{k=1}^{2017} [\lg k]$ , unde  $[x]$  este partea întreagă din  $x$ .

**Subiectul 3 (7 puncte)**

Ordoneți crescător numerele  $x, y, z$ , știind că :

$$x = \lg\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \lg\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \lg\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \dots + \lg\left(1 - \frac{1}{100}\right)$$

$$y = \lg(\operatorname{tg}10^0) \lg(\operatorname{tg}11^0) \lg(\operatorname{tg}12^0) \dots \lg(\operatorname{tg}80^0)$$

$$z = (1+i)^7 + (1-i)^7.$$

**Subiectul 4 (7 puncte)**

Se dă numărul complex  $z = \left(\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{1-i\sqrt{3}}\right)^6$ .

a) Arătați că  $|z| = 1$ .

b) Calculați suma  $S = 1 + z + z^2 + \dots + z^{999}$  și produsul  $P = 1 \cdot z \cdot z^2 \cdot \dots \cdot z^{999}$ .

**Notă:** Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.