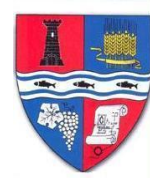




MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



Concursul Național de Matematică Aplicată „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – 14 februarie 2015

Clasa a X-a

I. Feladat

Legyen $a, b > 0$. Mutassátok ki hogy, ha $\ln \frac{2a+3b}{5} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$, akkor $\frac{a}{b} \in \left\{1, \frac{9}{4}\right\}$.

II. Feladat

Adott a következő összeg

$$S_n = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}, n \in \mathbf{N}^*.$$

Számítsátok ki az S_{2015} és határozzátok meg azt a legkisebb n számot amelyre $S_n \geq 100$.

III. Feladat

Adott a következő komplex szám: $z = \left(\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{1-i\sqrt{3}}\right)^6$

- Mutassátok ki, hogy $|z| = 1$.
- Számítsátok ki az $S = 1 + z + z^2 + \dots + z^{999}$ összeget és a $P = 1 \cdot z \cdot z^2 \cdot \dots \cdot z^{999}$ szorzatot.

IV. Feladat

Adottak a következő számok $a = 5 + 2\sqrt{13}$ és $b = 5 - 2\sqrt{13}$. Mutassátok ki, hogy a következő számok: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$, $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}$ racionálisak.