MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BIHOR

Concursul Naţional de Matematică Aplicată „ADOLF HAIMOVICI"

Etapa locală – 14 februarie 2015

Clasa a X-a

I. Feladat

Legyen a,b>0. Mutassátok ki hogy, ha $ln\frac{2a+3b}{5}=\frac{lna+lnb}{2}$, akkor $\frac{a}{b}\in\left\{1,\frac{9}{4}\right\}$.

II. Feladat

Adott a következő összeg

$S_n=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}},n\in\mathbf{N}^*.$

Számítsátok ki az S_{2015} és határozzátok meg azt a legkisebb n számot amelyre $S_n\geq 100.$

III. Feladat

Adott a következő komplex szám: $z=\left(\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{1-i\sqrt{3}}\right)^6$

a) Mutassátok ki, hogy $|z|=1.$

b) Számítsátok ki az $S=1+z+z^2+\cdots+z^{999}$ összeget és a $P=1\cdot z\cdot z^2\cdot\cdots\cdot z^{999}$ szorzatot.

IV. Feladat

Adottak a következő számok $a=5+2\sqrt{13}$ és $b=5-2\sqrt{13}$. Mutassátok ki, hogy a következő számok: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$, $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$, $\lg\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}$ racionálisak.

Timp efectiv de lucru 3 ore
Toate problemele sunt obligatorii
Fiecare problemă se notează de 0 la 7