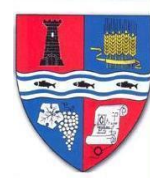




MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



Concursul Național de Matematică Aplicată „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – 14 februarie 2015

Clasa a X-a

Subiectul I

Fie $a, b > 0$. Arătați că dacă $\ln \frac{2a+3b}{5} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$ atunci $\frac{a}{b} \in \left\{1, \frac{9}{4}\right\}$.

Subiectul II

Se consideră suma

$$S_n = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}, n \in \mathbf{N}^*$$

Să se calculeze S_{2015} și să se determine cel mai mic n pentru care $S_n \geq 100$.

Subiectul III

Se dă numărul complex

$$z = \left(\frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{1 - i\sqrt{3}} \right)^6$$

- Arătați că $|z| = 1$.
- Calculați suma $S = 1 + z + z^2 + \dots + z^{999}$ și produsul $P = 1 \cdot z \cdot z^2 \cdot \dots \cdot z^{999}$.

Subiectul IV

Se dau numerele $a = 5 + 2\sqrt{13}$ și $b = 5 - 2\sqrt{13}$. Arătați că numerele

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}, \lg \frac{1}{\sqrt[3]{a^2 - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}} \text{ sunt raționale.}$$

Timp efectiv de lucru 3 ore
Toate problemele sunt obligatorii
Fiecare problemă se notează de 0 la 7