INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN IAŞI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

## ETAPA JUDEȚEANĂ
## 19 martie 2016

**Profil Filologie / Științe sociale**

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

## CLASA A IX-A

**1.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=ax^2+bx+1,\ a,b\in\mathbb{R},\ a\neq 0.$

a) Să se determine numerele $a$ şi $b$ ştiind că funcția admite valoarea minimă $-\frac{5}{4}$, iar graficul funcției este simetric față de dreapta de ecuație $x=\frac{3}{4}$.

b) Aflați aria triunghiului determinat de intersecțiile graficului cu axele de coordonate.

**2.** Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$.

a) Calculați suma $S_n=f(1)+f(2)+...+f(n),\ n\in\mathbb{N}^*$.

b) Determinați valorile numărului natural $n$ pentru care $[S_n]=3$, unde cu $[S_n]$ s-a notat partea întreagă a numărului $S_n$.

**3.** Fie $ABCD$ un paralelogram şi punctele $M$, $N$, $P$, $Q$ pe laturile $[AB],[BC],[CD]$ şi respectiv $[DA]$ astfel încât $\overrightarrow{AM}=a\overrightarrow{MB},\ \overrightarrow{BN}=a\overrightarrow{NC},\ \overrightarrow{CP}=a\overrightarrow{PD},\ \overrightarrow{DQ}=a\overrightarrow{QA},\ a>0$.

a) Demonstrați că patrulaterul $MNPQ$ este paralelogram.

b) Arătați că dreptele $AC, BD, MP, NQ$ sunt concurente.

**4.** Coborând în interiorul pământului, la fiecare 30,5m temperatura creşte cu $1^\circ\mathrm{C}$. Dacă la suprafața Pământului temperatura este de $10^\circ\mathrm{C}$, atunci:

a) Ce temperatură va fi la adâncimea de 1098m ?

b) La ce adâncime temperatura atinge punctul de fierbere al apei ?

***Notă:*** *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN IAŞI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAŞINI SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

## ETAPA JUDEȚEANĂ
**19 martie 2016**

**Profil Filologie / Ştiințe sociale**

### CLASA A X-A

**1.** Determinați soluțiile reale ale ecuațiilor în necunoscuta $x$ :

a) $x^{\log_x \sqrt{x^2-4}} = \sqrt{5}$ ;

b) $\dfrac{1}{3-\log_2 x} + \dfrac{1}{2+\log_2 x} = 1$ .

**2.** Se consideră funcția $f:(0,+\infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = \ln x$ .

a) Să se arate că $\ln\left(\dfrac{2+3}{2}\right) \geq \dfrac{\ln 2 + \ln 3}{2}$.

b) Să se arate că $\ln\left(\dfrac{a+b}{2}\right) \geq \dfrac{\ln a + \ln b}{2}, \quad \forall a,b \in (0,+\infty)$ .

**3.** a) Să se arate că: $\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2 = x + 2\sqrt{x-1},\ \forall x \geq 1$ şi $\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2 = x - 2\sqrt{x-1},\ \forall x \geq 1$ .

b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 4$ .

**4.** Fie $A, B, C$ trei oraşe, astfel încât $d(A,B) = d(B,C)$ (s-a notat $d(x,y)$ distanța între oraşul $x$ şi oraşul $y$ ). Două maşini plecă din oraşul $A$ spre oraşul $C$ , trecând prin oraşul $B$ . Prima maşină parcurge distanța de la $A$ la $B$ cu viteza $v$ km/h, apoi de la $B$ la $C$ merge de două ori mai repede. A doua maşină merge de $A$ la $B$ cu viteza medie de 48 km/h, apoi parcurge distanța de la $B$ la $C$ cu viteza $(v+20)$ km/h. Cele două maşini parcurg distanța de la $A$ la $C$ în acelaşi timp. Calculați viteza $v$ .

***Notă:*** *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN IAŞI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

## ETAPA JUDEȚEANĂ
## 19 martie 2016

**Profil Filologie / Științe sociale**

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

**CLASA A XI-A**

**1.** După două scumpiri succesive cu acelaşi procent, preţul unui produs este acelaşi cu cel obţinut în urma unei singure scumpiri cu $44\%$. Care este procentul scumpirilor succesive?

**2.** Seria statistică prezentată în tabelul de mai jos redă frecvența relativă a mijloacelor de transport în comun, luând ca valori clasele ce reprezintă intervalele orare dintr-o zi lucrătoare.

| Interval orar | [0;4) | [4;8) | [8;12) | [12;16) | [16;20) | [20;24) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Frecvența relativă | 0,05 | 0,15 | 0,25 | 0,2 | 0,25 | 0,1 |

a) Calculați media seriei statistice și clasa mediană.
b) Într-o zi de week-end frecvența relativă a celei de a treia clase scade, iar frecvența penultimei clase crește cu atât cât a scăzut frecvența celei de a treia. Știind că media seriei statistice crește cu 0,4, determinați frecvențele relative ale celor două clase .

**3.** Se consideră graful neorientat $G=(V,M)$ cu 5 vârfuri și
$M=\{[1,2],[1,3],[1,4],[2,3],[2,4],[2,5],[3,4],[3,5],[4,5]\}$.
a) Arătați că graful $G$ este conex.
b) Câte muchii mai trebuie adăugate pentru a obține un graf complet?
c) Câte muchii trebuie eliminate pentru a obține un graf arbore?

**4.** Fiecare elev dintr-o clasă trimite câte o felicitare fiecărui prieten din aceeași clasă. Demonstrați că cel puțin doi elevi trimit același număr de felicitări.

***Notă:*** *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN IAŞI

# CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

## ETAPA JUDEŢEANĂ
## 19 martie 2016

**Profil Filologie / Ştiinţe sociale**

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

**CLASA A XII-A**

.

**1.** Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) Calculaţi $A^2$ şi $A^3$.

b) Arătaţi că $A^{2016}=2016A-2015I_2$.

c) Rezolvaţi ecuaţia $X^2=A$, unde $X$ este o matrice pătratica de ordinul 2, cu elemente numere reale.

**2.** Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix}1+2x & 0 & 4x\\ 0 & 1 & 0\\ -x & 0 & 1-2x\end{pmatrix}$, $x$ număr real.

a) Calculaţi $\det(A(x))$.

b) Arătaţi că are loc egalitatea $A(x)\cdot A(y)=A(x+y)$, oricare ar fi $x$ şi $y$ numere reale.

c) Calculaţi $P=A\left(\frac{1}{1\cdot 2}\right)\cdot A\left(\frac{1}{2\cdot 3}\right)\cdot\ldots\cdot A\left(\frac{1}{n(n+1)}\right)$, unde $n$ este număr natural nenul.

**3.** În reperul cartezian $(xOy)$ se consideră punctele $A_n(n-1,\ 2n+1)$, $n$ număr natural.

a) Scrieţi ecuaţia dreptei $A_0A_1$.

b) Arătaţi că punctele $A_0$, $A_1$, $A_n$ sunt coliniare oricare ar fi numărul natural $n$, $n\geq 2$.

c) Determinaţi numărul natural $n$, $n\geq 2$, astfel încât aria triunghiului $OA_1A_n$ să fie 3.

**4.** În fiecare nod rezultat din intersecţiile celor 7 linii şi 7 coloane ale unui tablou pătratic se află câte o albină. La un moment dat toate albinele zboară şi fiecare se aşează pe un nod vecin, de pe aceeaşi linie sau coloană cu cel de pe care a zburat. Să se arate că există un nod pe care nu s-a aşezat nicio albină.

***Notă:*** *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*