



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ
19 martie 2016

Profil Filologie / Științe sociale

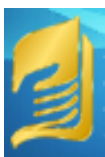


FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A IX-A

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + 1$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.
 - a) Să se determine numerele a și b știind că funcția admite valoarea minimă $-\frac{5}{4}$, iar graficul funcției este simetric față de dreapta de ecuație $x = \frac{3}{4}$.
 - b) Aflați aria triunghiului determinat de intersecțiile graficului cu axele de coordonate.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$.
 - a) Calculați suma $S_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n)$, $n \in \mathbb{N}^*$.
 - b) Determinați valorile numărului natural n pentru care $[S_n] = 3$, unde cu $[S_n]$ s-a notat partea întreagă a numărului S_n .
3. Fie $ABCD$ un paralelogram și punctele M, N, P, Q pe laturile $[AB], [BC], [CD]$ și respectiv $[DA]$ astfel încât $\overline{AM} = a\overline{MB}$, $\overline{BN} = a\overline{NC}$, $\overline{CP} = a\overline{PD}$, $\overline{DQ} = a\overline{QA}$, $a > 0$.
 - a) Demonstrați că patrulaterul $MNPQ$ este paralelogram.
 - b) Arătați că dreptele AC, BD, MP, NQ sunt concurente.
4. Coborând în interiorul pământului, la fiecare 30,5m temperatura crește cu 1°C . Dacă la suprafața Pământului temperatura este de 10°C , atunci:
 - a) Ce temperatură va fi la adâncimea de 1098m ?
 - b) La ce adâncime temperatura atinge punctul de fierbere al apei ?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ
19 martie 2016

Profil Filologie / Științe sociale



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A X-A

1. Determinați soluțiile reale ale ecuațiilor în necunoscuta x :

a) $x^{\log_x \sqrt{x^2-4}} = \sqrt{5}$;

b) $\frac{1}{3-\log_2 x} + \frac{1}{2+\log_2 x} = 1$.

2. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$.

a) Să se arate că $\ln\left(\frac{2+3}{2}\right) \geq \frac{\ln 2 + \ln 3}{2}$.

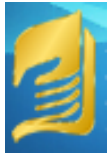
b) Să se arate că $\ln\left(\frac{a+b}{2}\right) \geq \frac{\ln a + \ln b}{2}$, $\forall a, b \in (0, +\infty)$.

3. a) Să se arate că: $(\sqrt{x-1}+1)^2 = x+2\sqrt{x-1}$, $\forall x \geq 1$ și $(\sqrt{x-1}-1)^2 = x-2\sqrt{x-1}$, $\forall x \geq 1$.

b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 4$.

4. Fie A, B, C trei orașe, astfel încât $d(A, B) = d(B, C)$ (s-a notat $d(x, y)$ distanța între orașul x și orașul y). Două mașini pleacă din orașul A spre orașul C , trecând prin orașul B . Prima mașină parcurge distanța de la A la B cu viteza v km/h, apoi de la B la C merge de două ori mai repede. A doua mașină merge de A la B cu viteza medie de 48 km/h, apoi parcurge distanța de la B la C cu viteza $(v+20)$ km/h. Cele două mașini parcurg distanța de la A la C în același timp. Calculați viteza v .

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

**CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"**

**ETAPA JUDEȚEANĂ
19 martie 2016**

Profil Filologie / Științe sociale

CLASA A XI-A



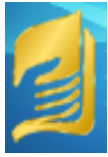
FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

1. După două scumpiri succesive cu același procent, prețul unui produs este același cu cel obținut în urma unei singure scumpiri cu 44%. Care este procentul scumpirilor succesive?
2. Seria statistică prezentată în tabelul de mai jos redă frecvența relativă a mijloacelor de transport în comun, luând ca valori clasele ce reprezintă intervalele orare dintr-o zi lucrătoare.

Interval orar	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)	[20;24)
Frecvența relativă	0,05	0,15	0,25	0,2	0,25	0,1

- a) Calculați media seriei statistice și clasa mediană.
 - b) Într-o zi de week-end frecvența relativă a celei de a treia clase scade, iar frecvența penultimei clase crește cu atât cât a scăzut frecvența celei de a treia. Știind că media seriei statistice crește cu 0,4, determinați frecvențele relative ale celor două clase .
3. Se consideră graful neorientat $G = (V, M)$ cu 5 vârfuri și $M = \{[1, 2], [1, 3], [1, 4], [2, 3], [2, 4], [2, 5], [3, 4], [3, 5], [4, 5]\}$.
 - a) Arătați că graful G este conex.
 - b) Câte muchii mai trebuie adăugate pentru a obține un graf complet?
 - c) Câte muchii trebuie eliminate pentru a obține un graf arbore?
 4. Fiecare elev dintr-o clasă trimite câte o felicitare fiecărui prieten din aceeași clasă. Demonstrați că cel puțin doi elevi trimit același număr de felicitări.

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ
19 martie 2016

Profil Filologie / Științe sociale



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XII-A

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calculați A^2 și A^3 .

b) Arătați că $A^{2016} = 2016A - 2015I_2$.

c) Rezolvați ecuația $X^2 = A$, unde X este o matrice pătratică de ordinul 2, cu elemente numere reale.

2. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 1+2x & 0 & 4x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & 1-2x \end{pmatrix}$, x număr real.

a) Calculați $\det(A(x))$.

b) Arătați că are loc egalitatea $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$, oricare ar fi x și y numere reale.

c) Calculați $P = A\left(\frac{1}{1 \cdot 2}\right) \cdot A\left(\frac{1}{2 \cdot 3}\right) \cdot \dots \cdot A\left(\frac{1}{n(n+1)}\right)$, unde n este număr natural nenul.

3. În reperul cartezian (xOy) se consideră punctele $A_n(n-1, 2n+1)$, n număr natural.

a) Scrieți ecuația dreptei A_0A_1 .

b) Arătați că punctele A_0, A_1, A_n sunt coliniare oricare ar fi numărul natural n , $n \geq 2$.

c) Determinați numărul natural n , $n \geq 2$, astfel încât aria triunghiului OA_1A_n să fie 3.

4. În fiecare nod rezultat din intersecțiile celor 7 linii și 7 coloane ale unui tablou pătratic se află câte o albină. La un moment dat toate albinele zboară și fiecare se așează pe un nod vecin, de pe aceeași linie sau coloană cu cel de pe care a zburat. Să se arate că există un nod pe care nu s-a așezat nicio albină.

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.